

Теория:

Как и раньше, замена позволяет избавиться от тригонометрической природы неравенств. После решения алгебраического неравенства, как правило, приходят к системе или совокупности простейших тригонометрических неравенств.

Пример. $\sin^2 x + \sin x \cos x - 2 \cos^2 x \geq 0$.

Это неравенство соответствует, изученному ранее, однородному уравнению. Будем делить обе части на $\cos^2 x > 0$ и делать замену. Но сперва проверим, не будут ли значения x , при которых $\cos x = 0$ удовлетворять неравенству. Действительно, при $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ неравенство $1 \geq 0$ - верно. Заметим, что при делении на $\cos^2 x > 0$ знак неравенства не меняется и после замены $\operatorname{tg} x = t$ приходим к $t^2 + t - 2 \geq 0 \Leftrightarrow t \in (-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$.

Вернувшись к замене, приходим к совокупности простейших нера-

венств:
$$\begin{cases} \operatorname{tg} x \leq -2, \\ \operatorname{tg} x \geq 1. \end{cases}$$
 Находим множество решений.

Не забываем также о серии $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

Ответ: $[-\frac{\pi}{2} + \pi n; -\operatorname{arctg} 2 + \pi n] \cup [\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n], n \in \mathbb{Z}$.