Теория:

Уравнения следующего типа: $A\cos^2 x + B\sin x\cos x + C\sin^2 x = 0$ называют однородными. Идея их решения состоит в том, чтобы разделить обе части уравнения на $\cos^2 x \neq 0$, что приведет к уравнению $C\operatorname{tg}^2 x + B\operatorname{tg} x + A = 0$, которое заменой $\operatorname{tg} x = t$ сводится к квадратному.

Пример. $3\cos^2 x - \sin 2x - \sin^2 x = 0.$

Проверим, что значения x, при которых $\cos x = 0$, не будут решениями данного уравнения. Действительно, если $\cos x = 0$, то $\sin^2 x = 1$. Разделим обе части уравнения на $\cos^2 x \neq 0$.

$-\operatorname{tg}^2 x - 2\operatorname{tg} x + 3 = 0$. Замена $\operatorname{tg} x = t$ приводит нас к уравнению $t^2 + 2t - 3 = 0$, которое имеет корни $t = -3,\ t = 1$. Возвращаясь к замене, получим уравнения $\operatorname{tg} x = -3$ и $\operatorname{tg} x = 1$.

Ответ: $x = -\operatorname{arctg} 3 + \pi n,\ x = \frac{\pi}{4} + \pi k,\ n, k \in Z.$

Пример. $4\sin^2 x - 3\sin x\cos x + 3\cos^2 x = 2.$

Это уравнение не является однородным, но если преобразовать правую часть $4\sin^2 x - 3\sin x\cos x + 3\cos^2 x = 2\cos^2 x + 2\sin^2 x \Leftrightarrow 2\sin^2 x - 3\sin x\cos x + \cos^2 x = 0$, приходим к однородному.