Теория:

Далеко не всегда в иррациональных неравенствах требуется возведение в квадрат.

Пример. $(x-4)\sqrt{-x^2+10x-21} \geq 0$.

В подобных заданиях часто допускают ошибку, полагая, что оба множителя должны быть неотрицательными, чтобы неравенство выполнялось. На самом деле, когда $\sqrt{-x^2+10x-21} = 0$, знак множителя $x-4$ не важен. Таким образом, неравенство эквивалентно совокупности: $\left[\begin{array}{l} -x^2+10x-21=0, \\ \begin{cases} -x^2+10x-21>0, \\ x-4 \geq 0 \end{cases} \end{array}\right.$

$\Rightarrow x \in [4;7] \cup \{3\}$. Если быть невнимательным, то можно потерять изолированное решение $x=3$.

Пример. $\sqrt{x^2-4x} \leq 2-\sqrt{x}$.

Посмотрим на ОДЗ этого неравенства: $\begin{cases} x^2-4x \geq 0, \\ 2-\sqrt{x} \geq 0 \end{cases}$.

ОДЗ состоит из двух чисел $x=0$; $x=4$, которые являются решениями неравенства.

Пример. $\sqrt{3-2x-x^2} \geq \frac{6x+8}{\sqrt{6x+7}}$.

Нужно заметить, что $\sqrt{3-2x-x^2} = \sqrt{4-(x+1)^2}$, следовательно, не превышает 2, что достигается при $x=-1$. В то же время, правая часть неравенства $\frac{6x+8}{\sqrt{6x+7}} = \sqrt{6x+7} + \frac{1}{\sqrt{6x+7}} \geq 2$ в силу известного неравенства $A + \frac{1}{A} \geq 2$ при $A > 0$, причем равенство возможно только при $A=1$, т.е. при $x=-1$.

В итоге, изначальное неравенство возможно только при равенстве его частей, которое достигается при $x=-1$.

Ответ: $x=-1$.