

Теория:

Замена позволяет свести неравенство к ранее изученным типам. Например, неравенство $\sqrt{x^2 + 7x + 5} - \sqrt{2x^2 + 14x + 3} \leq 1$, заменой $x^2 + 7x = t$, можно свести к $\sqrt{t + 5} - \sqrt{2t + 3} \leq 1$, которое мы умеем решать.

Пример. $\sqrt{x + 1} - \frac{3}{\sqrt{x+1}} \leq 1$.

Произведем замену $\sqrt{x + 1} = t$. Получим $t - \frac{3}{t} \leq 1$. Решая последнее неравенство методом интервалов, получим, что

$t \in (-\infty; \frac{1-\sqrt{13}}{2}] \cup (0; \frac{1+\sqrt{13}}{2}]$. Возвращаясь к замене, приходим к

совокупности:
$$\left[\begin{array}{l} \sqrt{x + 1} \leq \frac{1-\sqrt{13}}{2}, \\ 0 < \sqrt{x + 1} \leq \frac{1+\sqrt{13}}{2}. \end{array} \right. \Rightarrow x \in (-1; \frac{5+\sqrt{13}}{2}].$$