

Теория:

Рассмотрим неравенство $\sqrt{f(x)} \leq g(x)$.

Отметим сразу, что $g(x)$ должно быть неотрицательным, иначе арифметический квадратный корень будет меньше нуля, чего быть не может. Также нужно помнить, что подкоренное выражение неотрицательно. В этом случае можно возвести обе части неравенства в квадрат. Таким образом, неравенству эквивалент-

на система:
$$\begin{cases} g(x) \geq 0, \\ f(x) \geq 0, \\ f(x) \leq g^2(x). \end{cases}$$
 Этот подход работает и в случае,

когда $g(x) = C = const$ и когда $g(x) = \sqrt{h(x)}$.

Пример. $\sqrt{2x^2 - 3x - 5} \leq x - 1$.

Запишем систему
$$\begin{cases} x - 1 \geq 0, \\ 2x^2 - 3x - 5 \geq 0, \\ 2x^2 - 3x - 5 \leq (x - 1)^2. \end{cases}$$
 которая имеет ре-

шения $x \in [\frac{5}{2}; 3]$. (Методику решения систем неравенств мы рассматривали ранее). Ответ: $x \in [\frac{5}{2}; 3]$.

Пример. $\sqrt[4]{x + 3} \leq \sqrt[4]{2x - 1}$.

Для того, чтобы избавиться от корней, возведем обе части в 4-ю степень. При этом, нужно проследить, чтобы подкоренные выражения не были отрицательными. Неравенство эквивалентно си-

стеме:
$$\begin{cases} x + 3 \leq 2x - 1, \\ x + 3 \geq 0. \end{cases}$$
 нет необходимости дополнительно про-

верить, что $2x - 1 \geq 0$.

Ответ: $x \in [4; +\infty)$.