Теория:

Пример: $\sqrt[3]{x+9}+\sqrt[3]{x+1}=\sqrt[3]{7-x}$.

Возведем обе части уравнения в куб, учитывая, что

$$(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b).$$

$$(x+9)+(x+1)+3\sqrt[3]{x+9}\sqrt[3]{x+1}(\sqrt[3]{x+9}+\sqrt[3]{x+1})=(7-x);$$

Заменим $\sqrt[3]{x+9}+\sqrt[3]{x+1}$ через $\sqrt[3]{7-x}$ в силу уравнения. Следует отметить, что эта замена может приводить к появлению посторонних корней, поэтому в конце выполним проверку.

$$\sqrt[3]{x+9}\sqrt[3]{x+1}\sqrt[3]{7-x}=-x-1;$$

Возведем в куб еще раз

$$(x+9)(x+1)(7-x)=-(x+1)^3;$$

$$(x+1)((x+9)(7-x)+(x+1)^2)=0;$$

$$(x+1)64=0;\ \Rightarrow x=-1.$$

Проверка!!! Все найденные корни нужно подставить в исходное уравнение. $\sqrt[3]{8}+0=\sqrt[3]{8}$. Ответ: $x=-1$.

Пример: $\sqrt[4]{x+15}+\sqrt[4]{1-x}=2$.

Возведем обе части в 4-ю степень:

$(a+b)^4=a^4+b^4+4ab(a+b)^2-2a^2b^2$.

Помним, что такая операция может привести к появлению посторонних корней.

$$(x+15)+(1-x)+4\sqrt[4]{x+15}\sqrt[4]{1-x}(\sqrt[4]{x+15}+\sqrt[4]{1-x})^2-$$

$$-2\sqrt{x+15}\sqrt{1-x}=16;$$

Выразим $\sqrt[4]{x+15}+\sqrt[4]{1-x}$ через 2 в силу уравнения. Эта операция тоже не эквивалентна и может дать лишние корни.

$$\sqrt{x+15}\sqrt{1-x}-8\sqrt[4]{x+15}\sqrt[4]{1-x}=0;$$

Замена $\sqrt[4]{x+15}\sqrt[4]{1-x}=t$ приводит нас к уравнению $t^2-8t=0$. Откуда $t_1=0,\ t_2=8$.

Соответственно, $\sqrt[4]{x+15}\sqrt[4]{1-x}=0, \quad \Rightarrow x=1,\ x=-15$ и $\sqrt[4]{x+15}\sqrt[4]{1-x}=8, \quad \Rightarrow x\in\emptyset$. Проверка показывает, что оба корня подходят.