

Теория:

Для раскрытия модуля используем известное правило :

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

Пример. Упростить выражение $|x + 5| + |x - 3| + 2x - 1$.

В выражении присутствуют два модуля, которые нужно раскрыть. Приравняем подмодульные выражения к нулю и найдем соответствующие числа.

$$x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5. \quad x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3.$$

	-5	3
$-(x+5)-(x-3)+2x-1=$	$x+5-(x-3)+2x-1=$	$x+5+x-3+2x-1=$
$= -3$	$= 2x+7$	$= 4x+1$

Нанесем найденные числа на ось (без соблюдения масштаба) так, чтобы образовались равные по ширине колонки. На каждом из интервалов выбираем произвольное число и подставляем в подмодульные выражения. Там где подмодульное выражение отрицательное, знак перед модулем меняется на противоположный, а модуль заменяют на скобки. Если же подмодульное выражение положительное, то модуль просто заменяют на скобки.

$$\text{В итоге, получим } |x + 5| + |x - 3| + 2x - 1 = \begin{cases} -3, & x \in (-\infty; -5] \\ 2x + 7, & x \in [-5; 3] \\ 4x + 1, & x \in [3; +\infty). \end{cases}$$