

Теория:

Увлёкшись "сворачиванием" полных квадратов, можно ошибочно написать $x^2 - 10x + 16 = (x - 4)^2$. Действительно, крайние члены подходят, но вместо удвоенного произведения $8x$ стоит $10x$.

Существует простой способ разложения на множители квадратных трёхчленов, который, правда, потребует умения решать квадратные уравнения.

Рассмотрим квадратное уравнение: $ax^2 + bx + c = 0$.

Вычислим дискриминант уравнения по формуле: $D = b^2 - 4ac$.

При $D > 0$ имеем два корня: $x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$.

При $D = 0$ будет один корень: $x = \frac{-b}{2a}$.

При $D < 0$ уравнение не имеет корней.

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2),$$

где x_1 и x_2 - корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

Если уравнение не имеет корней ($D < 0$), то трёхчлен разложить на множители нельзя, его называют неприводимым.

Если же $D = 0$, то квадратный трёхчлен сворачивается в полный квадрат.

Пример. Разложить на множители $x^2 - 10x + 16$.

$$x^2 - 10x + 16 = 0, \quad D = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 36,$$

$$x_1 = \frac{-(-10) - \sqrt{36}}{2 \cdot 1} = 2, \quad x_2 = \frac{-(-10) + \sqrt{36}}{2 \cdot 1} = 8.$$

$$x^2 - 10x + 16 = (x - 2)(x - 8).$$

Пример. Разложить на множители $6x^2 + 7x - 3$.

$$6x^2 + 7x - 3 = 0, \quad D = 121, \quad x_1 = -\frac{3}{2}, \quad x_2 = \frac{1}{3}.$$

$$6x^2 + 7x - 3 = 6\left(x + \frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = (2x + 3)(3x - 1).$$