Теория:

Выражения вида "корень под корнем", типа $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$, называют сложными корнями. На самом деле секрет простой: если все подобрано хорошо, то подкоренное выражение должно сворачиваться в полный квадрат, а дальше мы уже знаем, что делать. $\sqrt{4-2\sqrt{3}}=\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}=|\sqrt{3}-1|=\sqrt{3}-1.$

В итоге, весь вопрос в том, как узнать, в какой именно квадрат свернется подкоренное выражение. Если подкоренное выражение имеет вид $a\pm b\sqrt{c}$, то следует подбирать такие целые коэффициенты m и n, что $(m\pm n\sqrt{c})^2=a\pm b\sqrt{c}$.

Пример. Упростить: $\sqrt{41+24\sqrt{2}}$.

Будем искать такие m и n, чтобы $(m+n\sqrt{2})^2=41+24\sqrt{2}$. По формуле сокращенного умножения $(m+n\sqrt{2})^2=m^2+2n^2+2mn\sqrt{2}$. Остается подобрать такие натуральные значения m и n, для которых $mn=12$ и $m^2+2n^2=41$. Выпишем пары, для которых $mn=12$: $(1;12),(12;1),(2;6),(6;2),(3;4),(4;3)$. Простая проверка показывает, что подходит только пара $(3;4)$. Значит, $\sqrt{41+24\sqrt{2}}=\sqrt{(3+4\sqrt{2})^2}=|3+4\sqrt{2}|=3+4\sqrt{2}.$