Теория:

Конечно же весьма полезно знать приближенные значения некоторых иррациональных чисел: $\sqrt{2} \approx 1,41$, $\sqrt{3} \approx 1,73$, но идея сравнения базируется на возведении чисел в квадрат.

Пример. Сравнить числа $\sqrt{47}$ и 7.

Так как оба числа положительные, возведем их в квадрат. Получим $(\sqrt{47})^2 = 47 < 49 = 7^2$.

Однако, так легко разобраться не всегда удается. Используем эквивалентые преобразования неравенств:

1) При умножении обеих частей неравенства на отрицательное число, знак неравенства меняется на противоположный (при умножении на положительное число знак не меняется);

2) Можно прибавить (вычесть) одно и то же число к обеим сторонам неравенства;

3) Если обе части неравенства неотрицательные, то обе его части можно возвести в квадрат.

Пример. Сравнить числа $\frac{\sqrt{7}+2}{3}$ и $\frac{3}{2}$.

Предположим, что верно, например, неравенство $\frac{\sqrt{7}+2}{3} < \frac{3}{2}$. Умножим обе части неравенства на 3, тогда $\sqrt{7} + 2 < \frac{9}{2}$. Вычтем 2 из обеих частей неравенства: $\sqrt{7} < \frac{5}{2}$. И, наконец, возведем обе части в квадрат: $7 < 6,25$. Пришли к противоречию, значит верно обратное неравенство: $\frac{\sqrt{7}+2}{3} > \frac{3}{2}$.

Безусловно, наличие калькулятора избавляет от необходимости выстраивать такие цепочки.